ВЫХОДИТ РАЗ В ДВЕ НЕДЕЛИ

Рекомендуемая розничная цена: 279 руб.
Розничная цена: 49,90 грн, 990 тенге

Занимательные ГОЛОВОЛОМКИ

КОЛЛЕКЦИЯ ЛОГИЧЕСКИХ ИГР ОТ DeAGOSTINI

13

Овальный танграм

ISSN 2225-1782
00013
9 772225 178772

DeAGOSTINI

«ЗАНИМАТЕЛЬНЫЕ ГОЛОВОЛОМКИ»
Издание выходит раз в две недели
Выпуск № 13, 2012
РОССИЯ

ИЗДАТЕЛЬ, УЧРЕДИТЕЛЬ, РЕДАКЦИЯ:
ООО «Де Агостини», Россия
ЮРИДИЧЕСКИЙ АДРЕС: 105 066, г. Москва,
ул. Александра Лукьянова, д.3, стр.1
Письма читателей по данному адресу не принимаются.

ГЕНЕРАЛЬНЫЙ ДИРЕКТОР: Николаос Скилакис
ГЛАВНЫЙ РЕДАКТОР: Анастасия Жаркова
ФИНАНСОВЫЙ ДИРЕКТОР: Наталия Василенко
КОММЕРЧЕСКИЙ ДИРЕКТОР: Александр Якутов
МЕНЕДЖЕР ПО МАРКЕТИНГУ: Михаил Ткачук
МЛАДШИЙ МЕНЕДЖЕР ПО ПРОДУКТУ:
Любовь Мартынова

Свидетельство о регистрации средства массовой информации в Федеральной службе по надзору в сфере связи, информационных технологий и массовых коммуникаций (Роскомнадзор) ПИ № ФС77-43310 от 28.12.2010 г.

Для заказа пропущенных номеров
и по всем вопросам, касающимся информации о коллекции, заходите на сайт
www.deagostini.ru
по остальным вопросам обращайтесь по телефону бесплатной «горячей линии» в России:
8-800-200-02-01
Телефон «горячей линии» для читателей Москвы:
8-495-660-02-02

АДРЕС ДЛЯ ПИСЕМ ЧИТАТЕЛЕЙ:
Россия, 170100, г. Тверь, Почтамт, а/я 245,
«Де Агостини», «Занимательные головоломки»

РАСПРОСТРАНЕНИЕ:
ООО «Бурда Дистрибьюшен Сервисиз»

УКРАИНА
ИЗДАТЕЛЬ И УЧРЕДИТЕЛЬ:
ООО «Де Агостини Паблишинг», Украина
ЮРИДИЧЕСКИЙ АДРЕС: 01032, Украина,
г. Киев, ул. Саксаганского, д. 119
ГЕНЕРАЛЬНЫЙ ДИРЕКТОР: Екатерина Клименко

Свидетельство о государственной регистрации печатного СМИ Министерства юстиции Украины КВ № 17502-6252Р от 01.03.2011

АДРЕС ДЛЯ ПИСЕМ ЧИТАТЕЛЕЙ:
Украина, 01033, г. Киев, а/я «Де Агостини»,
«Занимательные головоломки»
Україна, 01033, м. Київ, а/с «Де Агостіні»

Для заказа пропущенных номеров
и по всем вопросам, касающимся информации о коллекции, заходите на сайт
www.deagostini.ua
по остальным вопросам обращайтесь по телефону бесплатной «горячей линии» в Украине:
0-800-500-8-40

БЕЛАРУСЬ
ИМПОРТЕР И ДИСТРИБЬЮТОР В РБ: ООО «Росчерк»,
220037, г. Минск, ул. Авангардная, д. 48а, литер 8/к,
тел./факс: +375 17 2-999-260
АДРЕС ДЛЯ ПИСЕМ ЧИТАТЕЛЕЙ: Республика
Беларусь, 220040, г. Минск, а/я 224, ООО «Росчерк»,
«Де Агостини», «Занимательные головоломки»

КАЗАХСТАН
РАСПРОСТРАНЕНИЕ: ТОО «КГП «Бурда-Алатау-Пресс»

РЕКОМЕНДУЕМАЯ РОЗНИЧНАЯ ЦЕНА: 279 руб.
РОЗНИЧНАЯ ЦЕНА: 49,90 грн, 990 тенге

ОТПЕЧАТАНО В ТИПОГРАФИИ: G. Canale & C. S.p.A.
Sos. Cernica 47, Bucuresti, Pantelimon – Ilfov, Romania.

ТИРАЖ: 68 000 экз.

Издатель оставляет за собой право изменять последовательность номеров и их содержание.

Издатель оставляет за собой право увеличить рекомендуемую цену выпусков.

Неотъемлемой частью каждого выпуска является приложение.

ISSN 2225-1782

ДАТА ВЫХОДА В РОССИИ: 31.07.2012

занимательные ГОЛОВОЛОМКИ

КОЛЛЕКЦИЯ ЛОГИЧЕСКИХ ИГР ОТ DeAGOSTINI

В этом выпуске:

Математическая вселенная

Числа как геометрические точки Вы когда-нибудь задумывались: бесконечна числовая ось или все же ограничена каким-то пределом? Аргентинский писатель Хорхе Луис Борхес в своем рассказе «Вавилонская библиотека» пишет о библиотеке, книги в которой имеют строго определенное количество страниц, строк на странице и знаков в каждой строке, и ни одна из них не повторяется. Количество книг в ней хоть и огромно, но все же поддается исчислению. А что если создать библиотеку, содержащую книги с любым количеством страниц? Будет ли она бесконечна?

Блистательные умы

Апостол точности В этом человеке соседствовали две совершенно противоположные личности — ревностный католик и гениальный математик. Впрочем, сам Огюстен Луи Коши не считал, что религия и математика противоречат друг другу, и не мог себе представить, чтобы научное образование было отделено от религиозного.

Математика на каждый день

Математика заторов Очереди — неизбежная составляющая жизни современного человека. Вряд ли мы, находясь в автомобильной пробке или стоя в очереди в супермаркете, задумывались о том, что математики уже давно занимаются изучением этого явления. Безусловно, они не в состоянии полностью решить проблему очередей, так как на их формирование влияет множество случайных факторов, но все-таки некоторые теории уже нашли практическое применение.

Математические задачки

Лучшее от Генри Э. Дьюдени Дамы из семьи Уилкинсон никак не могут дошить одеяло, состоящее из квадратных лоскутков. Не беда, мы поможем им завершить приготовление рождественского подарка. А потом возьмем лист бумаги и ножницы и сами примемся за дело — попробуем разделить геометрическую фигуру на четыре равные части. Далее идем на кухню, где нам предстоит установить рекорд по разрезанию круглого кусочка картофеля на максимально возможное количество частей. И в заключение поможем столяру распилить кусок доски на минимальное число деталей.

Головоломки

Овальный танграм Что появилось раньше — яйцо или курица? В нашем случае ответ на этот вопрос очевиден. Конечно, яйцо! Из нашего чудо-яйца может появиться не только курица, но и индюк, малиновка, воробей, утка, фламинго… В общем, включаем фантазию, берем замечательную головоломку «Колумбово яйцо» и начинаем складывать причудливые фигурки. Кроме образцов, представленных на страницах нашего журнала, вы наверняка соберете что-то новое и интересное!

Удивительные свойства числовой оси связывают между собой два мира, которые, казалось бы, не имеют ничего общего: арифметику — старейшую ветвь математики, и одну из новейших — топологию.

Числовая ось

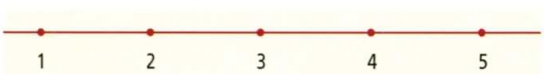
Числа как геометрические точки

Существует множество различных методов обозначения числа. Использование цифр — пожалуй, самый абстрактный из всех. Наиболее распространенный и знакомый нам способ — расположение чисел на прямой: например, на линейках, рулетках и других инструментах измерения длины.

◄ Участники пифагорейской школы считали, что между числами и геометрическими фигурами есть тонкая взаимосвязь. Слева — скульптуры Шартрского собора, изображающие Пифагора.

Натуральные числа

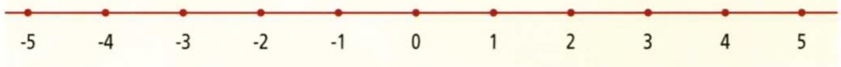
Числа 1, 2, 3, ..., например, можно представить в виде точек на бесконечном луче. Почему бесконечном? Потому что количество натуральных чисел неограниченно. Почему луче? Потому что натуральные числа начинаются с единицы и уходят в бесконечность направо. Таким образом, нам не понадобится «левая часть» луча. Это можно продемонстрировать наглядно. На листе бумаги начертим отрезок и обозначим на нем равноудаленные точки, каждая из которых будет представлять число:



Это одинаковое расстояние между числами абсолютно условно и зависит от того, что именно нам необходимо отобразить на листе бумаги. И хотя представить последовательность чисел 1, 2, 3, 4, ... или 1, 10, 100, 1000, ..., — совсем не одно и то же, все это лишь вопрос масштаба. Итак, поговорим о возникновении исходной точки, самой интересной и неоднозначной цифры в истории чисел — «нуле».

Целые и рациональные числа

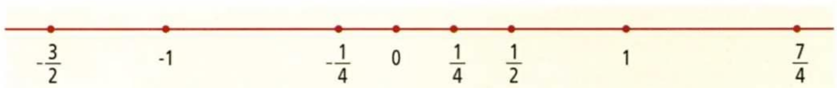
Если к натуральным числам прибавить ноль и поставить их в соответствующую отрицательную позицию, получим совокупность целых чисел. Чтобы представить их, необходимо не только обозначить «ноль», но и изобразить непрерывную прямую, где справа числа уходят в «бесконечность», а слева — в «минус бесконечность».



Естественно, на прямой осталось много свободного места, так как между двумя последовательными целыми числами нет других целых чисел. Можно заполнить эти свободные места посредством так называемых рациональных чисел, представленных в виде коэффициентов двух целых. Например,

$$-\frac{3}{2}, -\frac{1}{4}, \frac{1}{4}, \frac{1}{2} \text{ и } \frac{7}{4}.$$

Рациональные числа:



Говоря более простым языком, речь идет о дробных числах. Множество рациональных чисел также включает в себя и целые, поскольку любые из этих чисел могут быть представлены как коэффициент двух из них.

Плотное множество

Когда к натуральным числам мы присовокупляем целые, таким образом мы всего лишь добавляем точки слева от нуля. Без сомнения, добавляя рациональные числа, мы не только вводим их

► С тех пор как ноль был установлен в качестве среднего показателя атмосферного давления при замерзании воды, температура смогла принимать позитивные (слева) и негативные (справа) значения.

Вавилонская библиотека

«Вавилонская библиотека» — удивительный вымысел Хорхе Луиса Борхеса. Речь идет о хранилище книг, в каждой из которых — 410 страниц. На странице 40 слов, в строке — 80 знаков. Количество книг хоть и огромно, но все же конечно и поддается подсчету с помощью комбинаторных методов. Можно пойти дальше — создать «Всеобщую библиотеку», где будут находиться книги любого объема. Сколько будет в ней книг? Очевидно, что бесконечное количество, ведь из любой из этих книг мы можем получить другую, еще более длинную, посредством прибавления нового знака. Все книги можно выразить в числах. Для этого нам необходимо придумать шифр, который связывает каждый символ с натуральным числом, например, заглавные буквы, строчные, цифры от 0 до 9 и знаки препинания. Ноль мы оставим для обозначения промежутков между знаками. Например, испанское слово *hola* («привет») будет выглядеть так: 3801701402, если при шифровании значение 38 присвоено букве *h*, 17 букве — *o*, 14 — букве *l*, и 2 — букве *a*. Каждая книга получит свой код из натуральных чисел путем простого шифрования всего текста с начала до конца. Мы можем воспринимать данное число как десятичную часть рационального числа между 0 и 1. Например, *hola* будет следующим шифром: 0,3801701402, что является рациональным числом. Таким образом, наша «Всеобщая библиотека» целиком помещается в интервал (0,1), при этом используется только часть рациональных чисел! Можно построить интересные предположения относительно этих шифров. Например, реально ли поместить коды всех написанных на данный момент книг в десятичной части числа π?

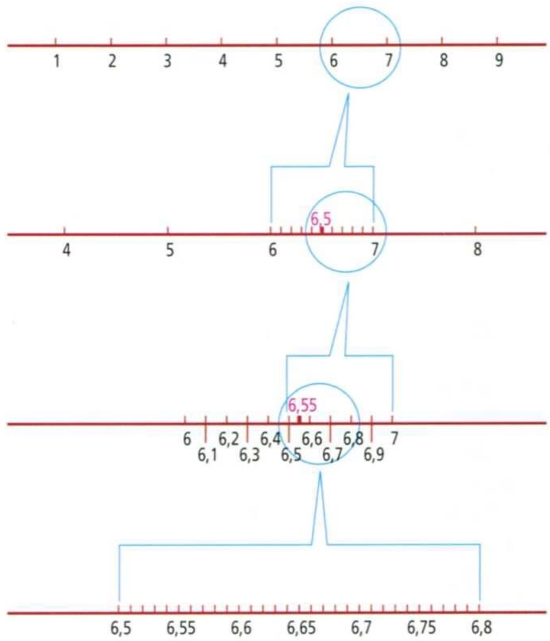
бесконечное количество, но и выполняем качественный скачок. Рациональные числа находятся на небольшом расстоянии друг от друга — настолько близко, что всегда можно найти еще одно между двумя другими. Иными словами, не существует двух смежных или последовательных рациональных чисел. Если человек, не очень хорошо разбирающийся в математике, будет утверждать, что рациональные числа a и b, где $a < b$, последовательны, то чтобы доказать ошибочность его суждения, достаточно проделать следующую операцию:

$$\frac{a+b}{2},$$

так как всегда считается, что

$$a < \frac{a+b}{2} < b.$$

Например, между 1/3 и 2/3 находится рациональное число 1/2, которое является их полусуммой. Набор таких характеристик показывает, что это плотное множество. Интересно было бы немного поразмышлять об этом свойстве хотя бы на интуитивном уровне. Мы с легкостью признали, что прямая, используемая для изображения рациональных чисел, бесконечна в обе стороны. Никто не будет это оспаривать, хотя никто никогда и не видел бесконечную прямую. Мы знаем совершенно точно, что на любом отрезке этой прямой, каким бы он ни был маленьким, поместится бесконечное количество рациональных чисел. Это в какой-то степени и обеспечивает ту плотность, о которой упоминалось выше. Возьмем для примера числа 1 и 2, представленные на прямой двумя точками. Совершенно ясно, что 1,5 — точка, находящаяся посередине между ними. Но между 1 и 1,5 располагается и 1,25, а между 1 и 1,25 — 1,125, и т. д. Теперь понятно, что мы всегда сможем заполнить промежутки между любыми рациональными числами, независимо от того, насколько близко они находятся друг к другу. Таким образом, мы утверждаем, что бесконечное количество чисел уместится в любом цифровом отрезке, какого бы размера он ни был. Это как если бы между двумя любыми числами появилась черная дыра, способная вместить в себя бесконечное множество.



► *Более детальное рассмотрение определенного отрезка прямой позволяет наглядно убедиться в плотности рациональных чисел. Каким бы маленьким ни был выбранный отрезок, количество рациональных чисел, которое содержится в нем, бесконечно.*

Бесконечные дроби

Рассмотрим случайную десятичную дробь. Если дробь, начиная с некоего места, состоит только из периодически повторяющихся определенных групп цифр, она называется периодической. Например, дробь 13,7896767676767... (и так до бесконечности) периодична, и ее период — 67. Чтобы обозначить дробь, мы записываем ее следующим образом: $13{,}789\overset{\frown}{67}$. Конечные дроби, например, 2,345, также могут быть периодическими, потому что их можно записать как 2,3450000... Период такой дроби — 0.

Десятичное развитие любого рационального числа — всегда периодическое. Дробное развитие любого рационального числа — всегда периодическое число. Действительно, рациональное число эквивалентно дроби a/b с числителем a и знаменателем b. Возьмем, например, дробь 2/7 и рассмотрим ее развитие.

По выполнении определенного количества делений (их максимальное количество равно знаменателю) в остатке обязательно в какой-то момент числа начнут повторяться.

Этот маневр также работает и наоборот. Любое развитие периодической дроби превращает ее в десятичную. Например:

$$x = 0{,}\ 230769\ 230769\ 230769\ldots$$
$$1000000\,x = 230769,\ 230769\ 230769\ 230769\ldots$$

$$1000000\,x - x = 230769$$
$$999999\,x = 230769$$

$$x = \frac{230769}{999999} = \frac{3\cdot 76923}{13\cdot 76923} = \frac{3}{13}$$

Вот почему десятичные дроби и периодические — эквивалентны.

Бесконечные периодические числа, такие как

$$\sqrt{2} = 1,\ 4142135\ \ldots$$

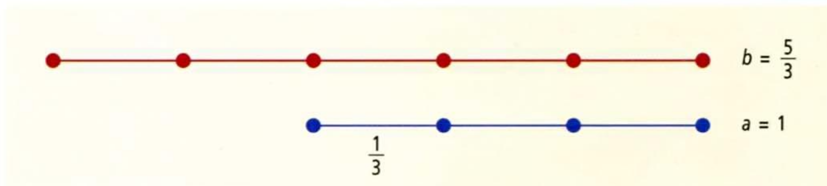
не могут быть представлены с помощью дробей (из целого и натурального числа), поскольку они иррациональные.

▲ *Георг Кантор (1845—1918) внес решающий вклад в наше понимание числовой оси. Он доказал, что рациональные числа хоть и бесконечны, но все-таки «менее бесконечны», чем иррациональные.*

И вот наступает момент, когда кажется, что прямая настолько заполнена числами, что у нас не получится «втиснуть» туда больше ни одного. На самом же деле на ней осталось достаточно места для того, чтобы уместить все иррациональные числа.

Иррациональное число

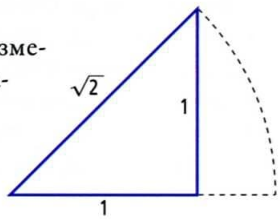
Иррациональные числа не подчиняются общепринятым правилам. Эта терминология унаследована из античности и содержит в себе фундаментальную идею, взорвавшую когда-то теорию пифагорейцев о совершенстве, так что остановимся подробнее на понятии иррационального числа и проанализируем его происхождение. Греки связывали между собой числа, размеры и геометрические фигуры. Умножить 3 на 2 означало получить прямоугольник с площадью 6, то есть что-то, что можно было изобразить. Следуя этой логике, рациональное число, которое не является целым, может быть представлено посредством соотношения между двумя отрезками (соотношение — это пропорция между двумя значениями или вещами). Например, два следующих отрезка — a и b — могут сравниваться посредством таких соотношений:



Если отрезок a делится на три одинаковые части, то становится видно, что второй отрезок b может быть прекрасно разделен на пять таких частей. Другими словами, если отрезок a принять за единицу, то отрезок b будет иметь значение 5/3. Оба отрезка соизмеримы, и 5/3 — число, которое можно ввести посредством соотношений, а потому это рациональное число. Всякий раз, когда два отрезка представляют собой целые числа, мы можем найти размер одного с помощью другого. Основываясь на подобных соображениях, пифагорейская школа вознесла числа в категорию «мистической сущности Вселенной». Эта Вселенная была в наивысшей степени гармонична благодаря существованию рациональных чисел. Однако среди главных математических результатов, которых добилась пифагорейская школа, прятался настоящий Троянский конь, который в результате трагически разрушил основы числового мистицизма. Речь идет о теореме Пифагора, ставшей одним из символов школы.

Несоизмеримость

Если мы возьмем квадрат со стороной, равной единице, то легко сможем просчитать его диагональ с помощью теоремы Пифагора: $d^2 = 1^2 + 1^2 = 2$, то есть значение диагонали будет равно $\sqrt{2}$. Теперь у нас есть два числа, 1 и $\sqrt{2}$, представленные двумя отрезками. Однако у нас не получится установить соотношение между ними, как мы делали это раньше. Невозможно совершить унитарные деления на стороне квадрата, чтобы измерить диагональ.



Речь идет о несоизмеримых количествах. Таким образом, $\sqrt{2}$ не подчиняется никаким типам отношений. Это число не является рациональным. Что особенно важно — это происходит не только с диагоналями всех квадратов, но также и между высотой и стороной равностороннего треугольника или между диагональю и стороной правильного пятиугольника. А значит, было открыто не только иррациональное число, но нечто гораздо более важное: «существование иррациональных чисел». Целые числа не могли точно измерить основные фигуры пифагорейского учения. Можно с абсолютной уверенностью сказать, что открытие иррациональных чисел создало беспрецедентный кризис в древнегреческой математике.

Иррациональность диагонали квадрата

Доказательство того, что $\sqrt{2}$ иррационален, можно встретить еще в апокрифических текстах «Начал» Евклида. На современном языке его можно записать следующим образом.

Если $\sqrt{2}$ — рациональное число, то его можно выразить как коэффициент двух целых в таком виде:

$$\sqrt{2} = \frac{p}{q},$$

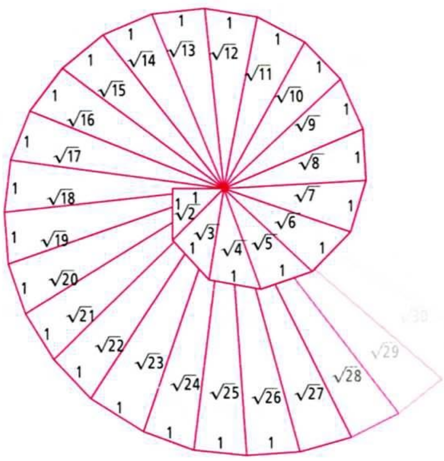
что является несократимой дробью, то есть не имеющей общих множителей в числителе и знаменателе. При возведении в квадрат она принимает вид:

$$2 = \frac{p^2}{q^2}, \text{ и, следовательно, } p^2 = 2q^2.$$

Это означает, что p^2 — четное число, как и p. Таким образом, можно выразить p как кратное двум, то есть $p = 2n$, посредством чего

$$2q^2 = p^2 = (2n)^2 = 4n^2, \text{ и, если упростить, } q^2 = 2n^2.$$

Значит q^2 — четное число, как и q. Итак, мы пришли к заключению, что число p, как и q, — четное, а значит дробь p/q имеет общие коэффициенты — вопреки гипотезе, от которой мы отталкивались изначально. Из этого следует, что $\sqrt{2}$ не может быть равным коэффициенту двух целых чисел.



Эта «числовая спираль» позволяет геометрически построить все квадратные корни целых чисел. Каждый корень является катетом прямоугольного треугольника, чья гипотенуза — корень следующего числа.

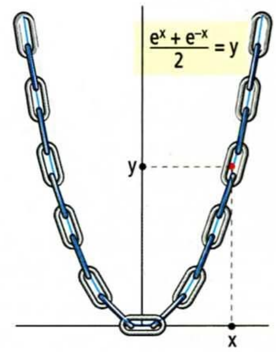
Числовая ось

Много ли существует иррациональных чисел? Да, их бесконечное количество. Более того: они все могут уместиться на небольшом отрезке нашей

«Хит-парад» вещественных чисел

Возможно, возникнет спор по поводу порядка расположения этих чисел, ведь они могли бы занять почетные места в рейтинге вещественных чисел.

Символ	Описание
π	Имеет приблизительное значение 3,14159 и является соотношением между периметром окружности и ее диаметром.
e	Имеет приблизительное значение 2,71828. Является основой неперовых логарифмов и определяется как предел $(1 + \frac{1}{n})^n$ при n, стремящейся к бесконечности.
$\sqrt{2}$	Имеет приблизительное значение 1,41421 и является соотношением между диагональю квадрата и его стороной.
Φ	Имеет приблизительное значение 1,61803. Так называемое «золотое сечение» определяется как $\frac{1}{2}(1 + \sqrt{5})$.
γ	Имеет приблизительное значение 0,57721. Постоянная Эйлера-Маскерони определяется как предел, когда n стремится к бесконечности $(1 + \frac{1}{2} + \frac{1}{3} + \ldots + \frac{1}{n} - \log n)$.



Число e участвует во множестве математических процессов, таких, например, как создание цепных линий, подвесных цепей или кабелей.

прямой. Множество, состоящее из рациональных и иррациональных чисел, определяется как множество *вещественных чисел*. Оно обычно обозначается буквой $\Re$ и охватывает натуральные, целые, рациональные и иррациональные числа. Обозначая этот набор чисел на прямой, мы можем быть уверены в том, что теперь она уж точно будет заполнена. Каждая точка на прямой представляет вещественное число, а каждое вещественное число представлено точкой на прямой — так называемой *числовой оси*.

▲ *Юлиус Вильгельм Рихард Дедекинд (1831—1916) считал, что множество вещественных чисел не ограничено пределом. Эта теория получила название «Дедекиндово сечение».*

Бесконечная последовательность

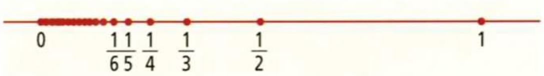
Мы удостоверились в том, что числовая ось достаточно длинна (бесконечна в обе стороны) для того, чтобы последовательности типа 1, 2, 3, 4, ... или 2, 4, 6, 8, 10, ... могли быть на ней представлены. Но упомянутые выше свойства плотности ограничивают бесконечные числовые последовательности на маленьком отрезке прямой. Так происходит, например, с бесконечной последовательностью

$$3, \frac{5}{2}, \frac{7}{3}, \frac{9}{4}, \frac{11}{5}, \dots$$

где все значения находятся в диапазоне между 2 и 3. Или рассмотрим более простую последовательность

$$1, \frac{1}{2}, \frac{1}{3}, \frac{1}{4}, \frac{1}{5}, \frac{1}{6}, \dots$$

ограниченную числами 1 и 0. Проанализируем ее. Она начинается с числа 1, вслед за которым числа уменьшаются, но никогда не становятся меньше 0, так как на нуле последовательность останавливается.



Теперь задумаемся: последовательность останавливается на нуле или на каком-то другом числе больше нуля? Если допустить, что она останавливается на числе 1/888463552, то станет ясно, что мы ошибаемся, ведь в последовательности за этим числом идет 1/888463553. На самом деле чисел там еще бесконечное множество. Интуиция подсказывает нам, что 0 в какой-то мере «заключительное» число этой последовательности, хотя и строго не принадлежащее к ней. Выражаясь математическим языком, это и есть предел, к которому стремится последовательность. Также и для первой последовательности, которую мы взяли для примера, можно на интуитивном уровне назначить предел 2 — число, к которому сходятся значения последовательности.

Предел

У понятия «предел» в течение длительного времени не было точной трактовки. Оно долго «варилось» в котле математических исследований, пока Огюстен Луи Коши не дал ему строгое определение: «Когда значения, последовательно относящиеся к одной переменной, приближаются к максимальному постоянному значению так, что почти не отличаются от него, это значение называется пределом остальных».

◀ *Многих художников привлекали пластические возможности понятий предела и бесконечности. На иллюстрации — одна из работ голландского художника Маурица Корнелиса Эшера (1898—1972), вдохновленного этой темой.*

Это было первое определение предела, полученное без привлечения какого-либо геометрического инструмента. В современной математике предел является одним из самых загадочных понятий. Многие студенты оканчивают вузы, так и не поняв этот предмет до конца. Хотя бы из чистого любопытства давайте рассмотрим современное определение предела последовательности a_n:

$$\lim_{n \to \infty} a_n = a \Leftrightarrow \forall\, \varepsilon > 0, \exists\, n_0 \in N \mid n > n_0 \Rightarrow |a - a_n| < \varepsilon$$

Отчасти сложность этого выражения заключается в точности, достигнутой благодаря различным шлифованиям (особенно в области терминологии), которые со временем повлияли на оригинальное определение Коши. В нем фигурирует знак ∞, обозначающий величину, которая не имеет четко определенных границ. Попробуем объяснить данное выше определение, проанализировав последовательность

$$1, \frac{1}{2}, \frac{1}{3}, \frac{1}{4}, \frac{1}{5}, \frac{1}{6}, \dots$$

▲ *Символ бесконечности также может означать власть. На этой иллюстрации мы видим одного из коронованных арканов Таро — Мага.*

Два первых члена находятся на расстоянии 1/2 (понимая под расстоянием между двумя членами последовательности расстояние между рассматриваемыми числами). И, наоборот, между вторым и третьим расстояние равно 1/3 – 1/4 = 1/12. Если мы проверим расстояния между ними, начиная с триллиона, то увидим, что те действительно очень малы. Другими словами, значения последовательности «сжимаются» к нулю, и чем ближе они к нулю, тем больше они сближаются между собой. В любом окружении точки 0 всегда есть элементы последовательности. Определение предела доказывает нам то, что каким бы маленьким ни было окружение нуля, мы всегда найдем бесконечность элементов последовательности внутри этого окружения, что никогда не случается с какими-то другими ее элементами. Последовательности, имеющие предел, называются сходящимися последовательностями.

Фундаментальная теорема

Мы уже убедились в том, что если числовая последовательность имеет предел, то элементы этой последовательности приближаются к нему максимально плотно. Даже на очень маленькой дистанции всегда можно найти два элемента, чья дистанция будет еще меньше. Это называется фундаментальной последовательностью, или последовательностью Коши. Можем ли мы утверждать, что данная последовательность имеет предел? Если она формируется на числовой оси, то есть все ее члены являются вещественными числами, то ответ — да. Таким образом, мы пришли к одной из самых важных теорем в математическом анализе, которая совершенно точно утверждает, что «во множестве вещественных чисел любая фундаментальная последовательность сходится».

ЭТО ИНТЕРЕСНО

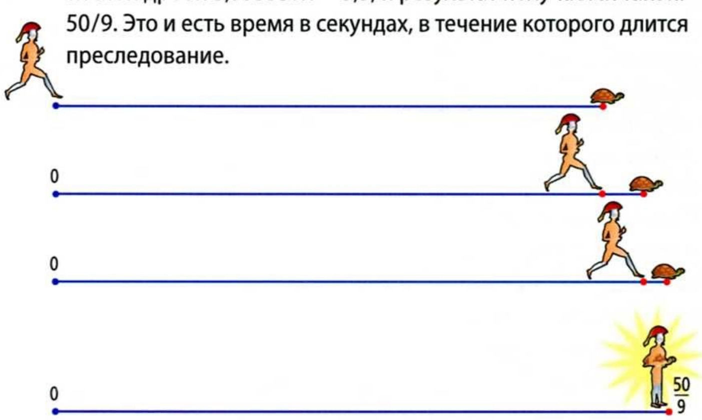
- Пифагорейские группы характеризовались, среди прочего, большой секретностью, которую клялись хранить все члены секты. Одной из самых больших тайн было существование иррациональных чисел. Легенда гласит, что разглашение этого секрета каралось смертной казнью.
- Понятие иррационального числа в течение долгих веков существовало лишь на интуитивном уровне и было неотделимо от геометрических фигур. Лишь в 1872 году немецкий математик Георг Кантор сформулировал его определение: предел бесконечной последовательности рациональных чисел.
- Вещественные числа он изначально называл численными величинами — словосочетанием, которое несет в себе намек на измерение. До конца XIX века термин «вещественные числа» не был принят, а вместо него употреблялось определение «мнимые», веками докучавшее ученым.

Ахиллес и черепаха

Зенон Элейский (490—430 гг. до н. э.) был учеником великого философа Парменида, главного сторонника идеи о том, что движение и изменения — иллюзорны. Чтобы поддержать своего учителя, Зенон подготовил ряд парадоксальных рассуждений (апорий), которые в дальнейшем занимали умы философов на протяжении тысячелетий. Апория об Ахиллесе и черепахе такова: Ахиллес бежит в десять раз быстрее, чем черепаха, и находится позади нее на расстоянии в тысячу шагов. В течение времени, за которое Ахиллес пробежит это расстояние, черепаха в ту же сторону проползет сто шагов. Когда Ахиллес пробежит сто шагов, черепаха проползет еще десять шагов, затем один шаг, десятую шага, и т. д. Этот процесс будет длиться нескончаемо долго, и Ахиллес никогда не догонит черепаху, потому что он должен будет покрыть бесконечное число этапов. Но парадокс рассеивается благодаря концепции о пределе. Мнимая безусловность в аргументации Зенона — в том, что бесконечная последовательность времени, увеличивающегося с каждым разом, — то же самое, что бесконечное время. Но это не всегда так. Последовательность времени в нашей задаче является сходящейся, и то время, которое Ахиллес потратит на погоню за черепахой, это и есть его предел, имеющий завершение. Если скорость Ахиллеса, например, 20 шагов в секунду, то его время прохождения в секунду последовательно позиции черепахи имеет следующее значение:

$$5 \quad 5{,}5 \quad 5{,}55 \quad 5{,}555 \quad 5{,}5555 \ \dots$$

Данная последовательность сходится относительно десятичной дроби $5{,}55555\ldots = 5{,}\overset{\frown}{5}$, и результат получается такой: 50/9. Это и есть время в секундах, в течение которого длится преследование.



Огюстен Луи Коши — фигура противоречивая. Имея жесткую религиозную позицию, он был одним из величайших математиков XIX века. Коши охватил практически все области научного знания, и сделал это со скрупулезностью и беспрецедентной точностью.

Апостол точности
Огюстен Луи Коши

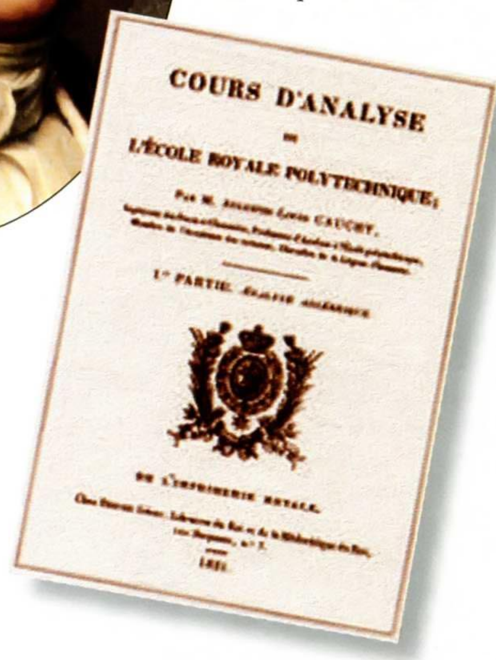
Огюстен Луи Коши родился 21 августа 1789 года в Париже, через несколько недель после взятия Бастилии, когда город сотрясали революционные беспорядки. Его отец, юрист по профессии, занимал высокий пост в полиции прежнего режима, потому был вынужден покинуть Париж и укрыться с семьей в городе Аркёй. Человек с прекрасным литературным и лингвистическим образованием сам занялся обучением сына, которому также передал свои глубокие религиозные убеждения. С приходом к власти Наполеона и, скорее всего, благодаря влиянию математика Пьера Симона Лапласа (1749—1827), с которым его связывали узы дружбы, он получил место секретаря в Сенате и смог вернуться с семьей в Париж. Симон Лаплас, а также Жозеф Луи Лагранж (1736—1813), тогда работавший профессором математики в Политехнической школе, были поражены интеллектом маленького Огюстена и заявили: «Этот мальчик в итоге заменит нас всех как математиков». Оба рекомендовали его к поступлению в Центральную школу Пантеона (Ecole Centrale du Pantheón), где позднее Огюстен провел два года, изучая латынь и древнегреческий. Чтобы иметь доступ в мир науки, в те времена нужно было хорошо владеть классическими языками, на которых было написано большинство оригинальных текстов.

▲ *В Коши сочетались два совершенно несовместимых качества: страстная любовь к истине и обостренный религиозный догматизм.*

Инженер, влюбленный в математику

В 1805 году Коши сдал вступительные экзамены в Парижскую Политехническую школу, где занял второе место среди кандидатов. Он окончил обучение в возрасте 21 года, получив специальность гражданского инженера. В марте 1810 года Коши переехал в Шербур, чтобы участвовать в строительстве военного порта и арсенала. Среди небогатого набора личных вещей в его багаже были две книги, чтением которых он заполнял часы досуга: «Небесная механика» Лапласа и «Трактат об аналитических функциях» Лагранжа. В 1811 году Коши доказал существование девяти правильных многогранников и обобщил формулу Эйлера для сетей многогранников. Устав от жестких требований на работе, в 1811 году он вернулся в Париж и в качестве инженера занялся строительством канала на реке Урк.

К тому моменту уже было очевидным, что Коши предпочитал инженерной деятельности занятия математикой. Однако, несмотря на его личные заслуги и политическое влияние его отца и друзей, попытки найти место преподавателя не увенчались успехом. В 1814 году он опубликовал сочинение об интегралах, которое должно было стать серьезной базой для его последующей теории функций комплексной переменной. В следующем году он добился временного места преподавателя математического анализа в Политехнической школе.



► *Обложка книги Cours d'Analyse, содержащей лекции на тему анализа, которые Коши давал в Парижской Политехнической школе. В этом труде он пытался изгнать метафизику из математического анализа и дал современное определение предела.*

В 1816 году Коши женился на Алоизе де Бюр, которая родила ему двух дочерей. В тот год восстановилась династия Бурбонов, которой Коши продолжал быть верен по религиозным убеждениям. Это было время подъема для ученого, его трудовая деятельность получила эффектный виток: он работал ординарным профессором в Политехнической школе, на Факультете естественных наук и во Французском колледже, а также вступил в Академию наук.

Изгнание

1830 год обозначил важный поворот в жизни Коши, который отказался присягать на верность Луи-Филиппу I вслед за падением Карла X, последнего Бурбона. Ученый переехал в Швейцарию, где получил место на кафедре в Турине. Однако тремя годами позже его вызвали в Прагу, где находился в изгнании двор Карла X, нуждавшийся в услугах ученого. Там Коши провел пять лет, выполняя работу, которую считал тяжелой и которая почти не оставляла ему времени для научных исследований. Воспользовавшись предлогом («золотая» свадьба родителей), он вернулся в Париж в титуле барона и нашел работу учителя в нескольких религиозных учреждениях.

► *Луи-Филипп присягает на верность конституции во время церемонии коронации. Триумф либеральных идей и был причиной добровольного изгнания консерватора Коши.*

ЭТО ИНТЕРЕСНО

- Когда Наполеон III освободил ученого от клятвы верности, Коши счел своим моральным долгом отблагодарить короля и разделил свои доходы среди бедняков Со — местечка, где он в тот момент проживал.
- Коши вступил в иезуитский орден, чтобы ввести религиозное образование в школах. Он не мог себе представить, чтобы научное образование было отделено от религиозного. Его личная позиция относительно этого вопроса была настолько категоричной, что молодой норвежский математик Абель Нильс Хендрик (1802—1829) после разговора с ученым заявил: «Коши чрезвычайно фанатичный католик, что весьма странно для математика».

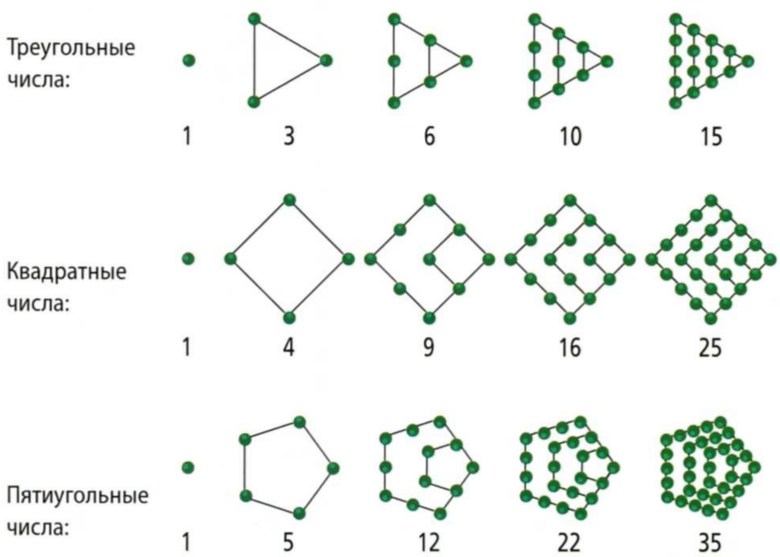
Последний поворот в последовательности фигурных чисел

Последовательность фигурных чисел — это последовательность, подчиняющаяся следующей формуле:

$$n + n \cdot (n-1) \cdot \frac{p}{2},$$

где p — порядок фигурных чисел (1 — для треугольников, 2 — для квадратов, 3 — для пятиугольников, и т. д.), а n — любое натуральное число.

Очень важная теорема Ферма (1601—1655) о многоугольных числах, которая, как он говорил, была доказана, хотя решение так и не было найдено, утверждает: «Любые положительные целые числа могут быть выражены как сумма трех треугольных чисел, четырех четырехугольных чисел, пяти пятиугольных чисел, и т. д.» Лагранж (1736—1813) доказал теорему о квадратных числах, а Гаусс (1777—1855) — о треугольных, но вплоть до 1815 года никто не мог доказать основную теорему. Это сделал Коши.



В 1839 году Коши стал членом Бюро долгот, но его кандидатура не была официально одобрена новым королем, так как ученый упорно отказывался ему присягать. Эта ситуация оставалась неразрешенной до тех пор, пока Наполеон III после переворота 1852 года не освободил ученого от клятвы, что позволило ему занять место профессора в Сорбонне.

Математическое наследие

Коши провел последние годы своей жизни в мире и спокойствии в Со — небольшом поселении в пригороде Парижа, где и умер 23 мая 1857 года. Близкие вспоминали о нем как о «любезном, обходительном, приятном и умном собеседнике». Без сомнения, его религиозные убеждения, близкие к фанатизму, тормозили его продвижение в обществе — как в политической, так и в научной сфере. История Коши еще раз подтверждает то, что изучение математики не имеет ничего общего с личными взглядами человека, ведь множество работ ученого ставят его в ряд с величайшими математиками всех времен. Он написал 789 трудов, а современное издание работ Коши содержит 27 томов. Он первый ввел понятие математической точности в анализе, особенно в определении предела. Коши внес оригинальный вклад в теории обыкновенных дифференциальных уравнений и частичных производных. Он считается основателем теории функции комплексной переменной и теории групп подстановок. Также ученый достиг значительных успехов в области физики, в работах над теорией упругости, теорией дисперсии и в математической разработке волновой теории света.

Каждый из нас не раз в своей жизни стоял в очередях и знает, как много времени это отнимает. Многие модели, призванные решить или оптимизировать эту проблему, требуют сложных математических формулировок.

Теория очередей
Математика заторов

Очередь — это линия ожидания. Теория очередей — часть более широкой теории, в рамках которой проводятся оперативные исследования и создаются математические модели. Все это делается с одной целью — решить проблемы, которые создает стояние в очередях. Здесь важно найти компромиссный вариант, учитывающий систему расходов и среднее время ожидания в очереди.

Проблема очередей
Современный человек проводит в ожидании более или менее значительную часть своей жизни. Разве есть среди нас те, кто никогда не стоял в очереди? Мир ожидания очень разнообразен: очереди машин на въезде на платную дорогу, очереди самолетов на выезде на взлетную полосу и, как следствие, очереди пассажиров к стойкам регистрации; очередь к банкоматам в больших зданиях, очередь на прием к врачу или очередь телефонных звонков, которые должны быть обработаны на пожарной станции... Это лишь некоторые примеры. Теория очередей пытается создать модели, поддающиеся последующей математической обработке.

▲ *Исключительные обстоятельства могут вызвать образование длинных очередей. На фото — толпы людей, из-за проблем с адаптацией к евро тщетно пытающихся купить билет на поезд.*

Модели очередей
Некоторые модели очередей очень просты, другие требуют применения сложных математических теорий. Первичная классификация разбивает их на две большие группы.

— *Детерминированная очередь* — наиболее простая модель, которую можно заранее спрогнозировать, опираясь на известные условия, например, временные интервалы прибытия и ожидания. Это «очередь без сюрпризов».

— *Вероятностная очередь* не может быть описана без применения вероятностей. Это более реалистичная модель, чем предыдущая. В дождливый день, например, есть большая вероятность того, что увеличатся очереди на стоянках такси и уменьшатся очереди в кассы зоопарка.

▲ *Обычная очередь в аэропорту. Время обслуживания клиентов не сильно отличается от интервала прибытия новых.*

Детерминированная очередь
Рассмотрим основные параметры детерминированной очереди. Первый модуль формируется из прибывающих клиентов. Допустим, они прибывают через регулярные промежутки времени, которые мы обозначим с помощью буквы x. Следовательно, они разделены интервалами размером x. Еще один модуль — обслуживание клиентов. В нашем случае предполагается обслуживание одного человека, за которым находится очередь ожидающих. В нее мы также включаем обслуживаемого в настоящий момент клиента. И, наконец, у нас есть модуль, состоящий из уже обслуженных клиентов, которые уходят с временным интервалом, который мы назовем y.

Анализ модели
В данной модели может быть три различных варианта развития ситуации:

$$1)\ x < y$$

В этой ситуации ритм прибытия новых клиентов больше, чем ритм обслуживания, то есть частота, с которой клиенты выходят, меньше той, с которой они приходят. Формирование очереди неизбежно, и теоретически ее длина неопределенно увеличивается.

◄ Автомобильные заторы — один из характерных признаков современного мира. Их изучают с помощью разных методов — от аналогий с физикой жидкостей до компьютерного моделирования.

2) $x = y$

Обслуживание одного клиента заканчивается ровно в тот момент, когда приходит следующий. Если в самом начале нет очереди, то каждый клиент обслуживается сразу же, как только приходит. Но даже если в самом начале и была очередь (которая могла сформироваться на несколько минут раньше, чем открыли пункт сервиса), то ее длина будет постоянной.

3) $x > y$

В этом случае предоставление услуги происходит чаще, чем приходят клиенты. Таким образом, есть тенденция к исчезновению очереди.

Автомобильные заторы

Автомобильные пробки долгое время не укладывались ни в одну из математических теорий, которые занимались проблемами очередей. Особенная динамика остановок и начала движения не попадали ни под один знакомый образец. Чтобы победить проблему нового времени, математики прибегли к трем точно отработанным моделям.

Первая рассматривает динамику потока трафика с помощью математических техник, используемых в гидромеханике. Хотя поток воды и кажется равномерным, но с помощью микроскопа можно увидеть, что он состоит из отдельных молекул. Это указывает на определенное сходство с движением машин в автомобильном трафике и позволяет просчитать некоторые модели поведения, возможные при определенных условиях.

Во второй модели для транспортного средства определяются две переменные — скорость и расстояние, отделяющее его от ближайшего к нему автомобиля. С их помощью можно создать так называемую динамическую систему, позволяющую анализировать различные состояния, например, непрерывный поток (идеальный для вождения) или периодическое заведение и заглушение мотора (даже в хаотичном порядке, что характерно для таких систем).

Третья модель использует теорию клеточного автомата — оригинальную идею Станислава Улама и Джона фон Неймана, придуманную ими в 1940-х годах. Она построена на очень простых кинематических программах: вводится некое число виртуальных «багов», способных к определенным простым действиям (движение направо или прямо, остановка, взаимодействие с соседом и т. д.), а затем изучается поведение всей колонны. Такой метод обеспечил интересные результаты в исследованиях автомобильного трафика, так как «баги» изображают транспортные средства и, кроме всего прочего, создают очереди.

▼ Простейшая модель очереди может быть проанализирована с точки зрения только двух переменных: интервал прибытия x и отправления y.

ЭТО ИНТЕРЕСНО

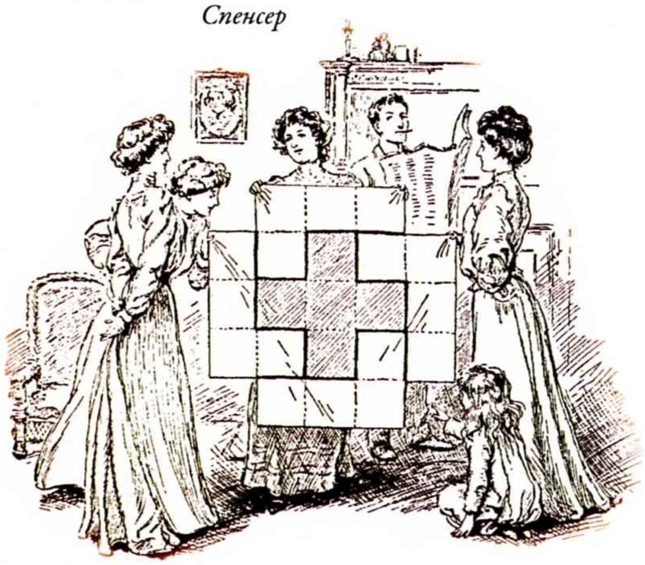
- Первопроходцем в теории очередей был датский математик Агнер Краруп (1878—1929), взявшийся анализировать телефонную систему в Копенгагене, чтобы разрешить проблему загруженности телефонных линий.

► Один из первых случаев применений теории очередей произошел по причине перегруженности телефонных сетей. На фото — телефонная диспетчерская в Париже XIX в.

- В теории изучения очередей существуют законы Харпера, подобные знаменитым законам Мерфи. Первый закон Харпера: неважно, в какую очередь ты становишься — всегда есть одна, движущаяся быстрее остальных. Второй закон Харпера: если ты переходишь в другую очередь, та, которую ты покинул, начинает двигаться быстрее.

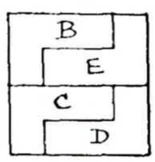
Головоломки на рассечение

«Терзать твою душу крестами».
Спенсер



1. Шелковое одеяло

Дамы из семьи Уилкинсон в качестве рождественского подарка сшили простое одеяло из шелковых лоскутов, состоящее из одинаковых квадратов, как на иллюстрации. До полного завершения ему не хватило четырех лоскутов по углам. Кто-то заметил, что если из центра вырезать греческий крест, а затем сделать разрезы по темным швам, то четыре части, каждая одинаковой формы и размера, смогут сформировать нужный квадрат.



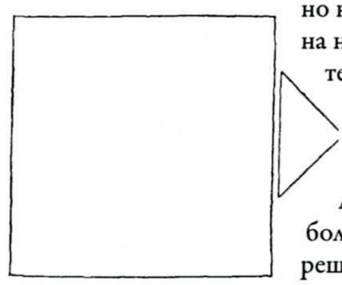
Но затем Джордж Уилкинсон придумал другую задачу.

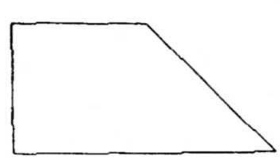
— Вместо того чтобы извлекать крест полностью, — сказал он, — и формировать квадрат из четырех одинаковых частей, можете ли вы разрезать одеяло на один целый квадрат и еще четыре одинаковые части, которые образуют совершенный греческий крест?

На самом деле эта головоломка очень проста.

2. Легкая головоломка на рассечение

Разрежьте лист бумаги или картона таким образом, как это показано на иллюстрации справа. Вы сразу увидите, что пропорции соответствуют квадрату, присоединенному к середине другого такого же квадрата, только разделенного диагональю. Головоломка заключается в том, чтобы разрезать фигуру на четыре части одинаковой формы и размера.

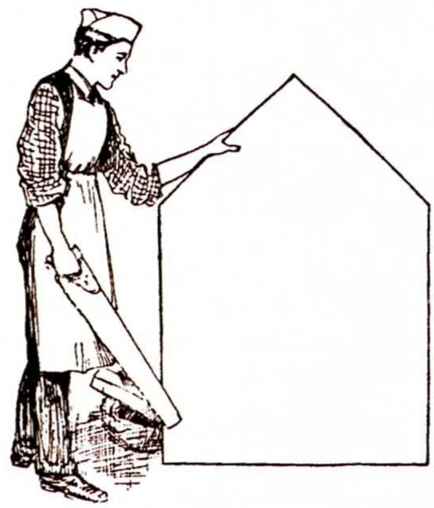




3. Задача про столяра

Я часто указываю на практическое применение загадок в повседневной жизни, где можно использовать маленькие хитрости, о которых мы узнаем, решая головоломки.

На иллюстрации столяр хочет разрезать кусок доски на наименьшее количество частей, чтобы, используя их все, сделать стол квадратной формы. Как он должен это сделать? Сколько частей для этого нужно?

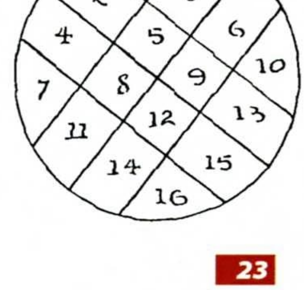


4. Другая задача про столяра

У одного столяра было два куска доски соответствующей формы и пропорции, как показано на иллюстрации слева. Он хотел разделить их на наименьшее количество частей, чтобы без потерь потом соединить и получить квадрат. Как он должен это сделать? Нет необходимости обозначать размеры, так как даже если от меньшей части (которая является половиной квадрата) будет отрезано менее или более необходимого, это не повлияет на способ решения.

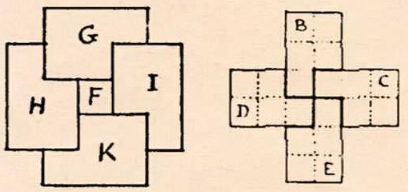
5. Загадка про картофель

Возьмите круглый кусочек картофеля, положите его на стол и посмотрите, на сколько частей можно его разделить с помощью шести разрезов ножом. Конечно же, не переставляя получившиеся части местами. Каково наибольшее количество частей, которые можно получить? Иллюстрация показывает, как получить 16 кусков. Но, конечно, этот рекорд легко побить.

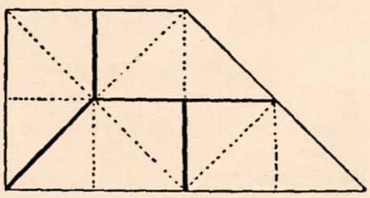


Решения

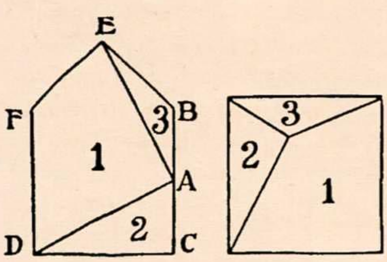
1. Иллюстрация внизу слева показывает, как нужно резать швы одеяла, чтобы получить целый квадрат *F* и четыре одинаковые детали *G*, *H*, *I* и *K*, из которых будет составлен греческий крест. Читатель поймет, как собрать эти части, посмотрев на рисунок справа.



2. Решение этой головоломки представлено на иллюстрации. Разделите фигуру на 12 одинаковых треугольников, и вы легко сможете порезать ее так, как показано на рисунке темными линиями.

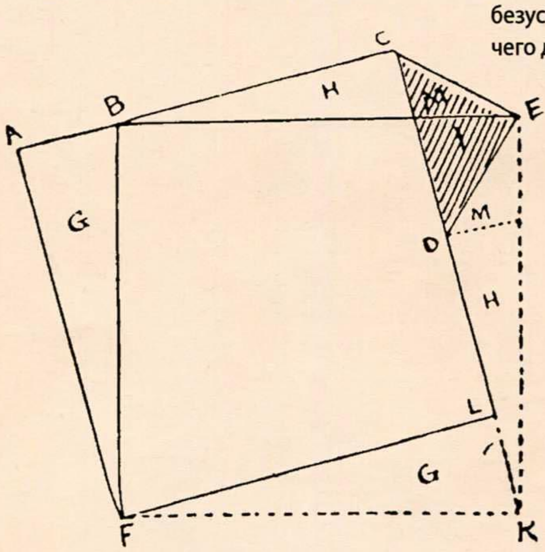


3. Наименьшее возможное количество частей — три. Нужно обозначить точку *A* на середине отрезка *BC*, а затем прочертить отрезки от точки *A* до *D* и *E*. Эти три части формируют квадрат, как показано на иллюстрации.



Все пропорции фигуры-оригинала должны быть правильными. Так, треугольник *BEF* является четвертой частью квадрата *BCDF*. Проведите линии от *B* до *D* и от *C* до *F*, и вы это увидите.

4. Это попытка найти общее правило, чтобы сформировать квадрат на базе другого квадрата, комбинированного с «прямоугольным равнобедренным треугольником». Треугольник, которому математики дали такое высокопарное название, всего лишь является половиной квадрата, разделенного из угла в угол.

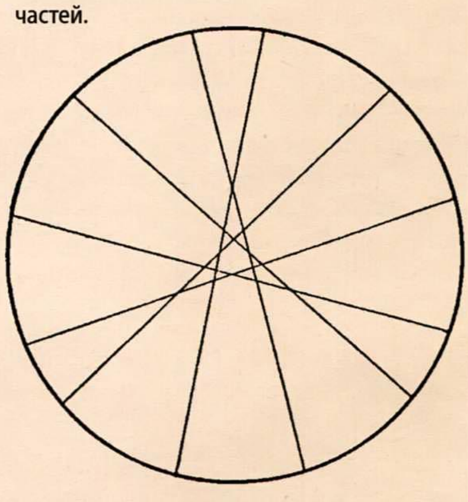


Соответствующие точные пропорции между квадратом и треугольником не относятся к данному случаю. Нужно лишь разрезать доску или ткань на пять частей.

Предположим, что наш первоначальный квадрат *ACLF*, а треугольник *CED* — тот, который заштрихован. Для начала нам нужно найти половину длины стороны треугольника (*CD*) и определить получившуюся длину отрезка *AB*. Затем мы ставим треугольник в его настоящую позицию относительно квадрата и проводим два пересекающих отрезка, один из *B* в *F*, а второй из *B* в *E*. Каким бы странным это ни казалось — все действия необходимы. Если сейчас мы сдвинем стороны *G*, *H* и *M* относительно их новых мест, как показано на чертеже, то получим квадрат *BEKF*.

Возьмите два любых квадратных листа бумаги (разного размера, главное — квадратных) и разрежьте наименьший из них пополам, из угла в угол. А теперь сделайте то, что мы рассматривали выше, и увидите, что обе части можно объединить в больший квадрат благодаря лишь этим небольшим отрезкам, без необходимости что-то поворачивать. Наблюдение о том, что треугольник мог бы быть немного больше или намного меньше в пропорции к квадрату, было нужно для того, чтобы исключить случаи, где площадь треугольника больше площади квадрата. В таких случаях необходимо шесть частей, и если треугольник и квадрат имеют одинаковую площадь, то безусловное решение — три части, для чего достаточно лишь разрезать квадрат пополам по диагонали.

5. С помощью шести разрезов можно разделить круглый кусок картофеля вплоть до 22 частей. Иллюстрация демонстрирует нам симметричное решение задачи. В таких случаях важно, чтобы каждый отрезок находился на пересечении с каждым противоположным пересечением таким образом, чтобы два отрезка никогда не пересекали одну и ту же точку. Есть еще способы произвести разрезы, но этот способ стоит рассматривать в случае, если мы хотим получить максимально большое количество частей.



Основная формула при количестве разрезов *n* может быть следующей: $[n\,(n+1)]/2+1$ частей. Одна из задач, предложенных Сэмом Лойдом, состояла в том, чтобы получить максимальное количество частей посредством *n* прямых разрезов в твердом сыре. Затем разрезанные части не могут быть перемещены или сдвинуты. Здесь речь идет о смещении плоскостей (а не линий), и формула такова, что при количестве разрезов *n* мы можем получить $[(n-1)\,n\,(n+1)]/6+n+1$ частей. Очень трудно «увидеть» направление и влияние последовательных разрезов для большого количества *n*.

По легенде, благодаря хитроумной уловке «колумбово яйцо» приняло вертикальное положение, хотя и ценой пары вмятин. В нашем случае все намного проще: яйцо имеет плоскую форму, и его нельзя разбить, зато можно собрать и разобрать.

Овальный танграм «Колумбово яйцо»

Как и классический танграм, эта игра, также называемая «Волшебным яйцом», предлагает составить многочисленные фигуры всего лишь из девяти частей. Но, в отличие от обычного танграма, в ней есть изогнутые элементы, что добавляет фигурам интересные нюансы и делает их округлыми.

▸ *Три детали с прямыми сторонами, как в классическом танграме, и шесть деталей-«гибридов» с прямыми и изогнутыми сторонами. Из этих элементов и состоит «Колумбово яйцо» — уникальный овал, из которого получается огромное количество интересных фигур.*

Длинная история

История этой игры берет начало в 1879 году, когда братья Отто и Густав Лилиенталь, инженеры и пионеры авиации, придумали способ ручного изготовления каменных блоков (названных камнями анкер) из кварцевого песка, гипса и льняного масла. Позже Фридрих Рихтер получил патент на эти блоки и в 1890 году начал производить из этого материала головоломки, состоящие из мелких деталей, формирующих разные фигуры. Одной из них и было «Колумбово яйцо», увидевшее свет в 1893 году. С помощью всего лишь девяти деталей из него можно было составить 95 различных фигур.

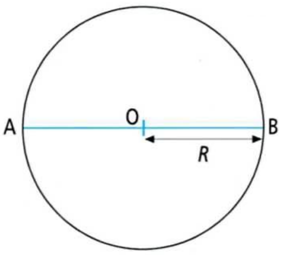
От Колумба до наших дней

Выражение «колумбово яйцо» обозначает задачу, на первый взгляд кажущуюся сложной, но на самом деле имеющую элементарное решение. Скорее всего, компания Рихтера вложила в новую головоломку именно такой смысл.

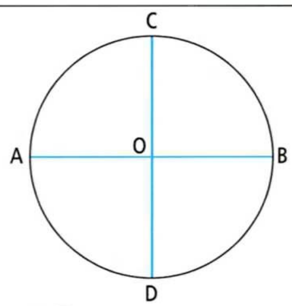
Один исторический анекдот разъясняет нам происхождение этого выражения. Говорят, что кардинал Педро Гонсалес Мендоса устроил банкет в честь Христофора Колумба, чтобы отметить его возвращение из первого путешествия в Америку. Во время ужина один из гостей имел неосторожность сказать вслух о том, что почитание Колумба безосновательно, поскольку такое путешествие могли бы проделать многие. Услышав это, Колумб пришел в ярость и предложил присутствующим поставить на стол яйцо вертикально. После долгих споров и высказывания различных версий Колумб слегка ударил яйцо о стол одной стороной — таким образом, чтобы скорлупа немного проломилась, — а затем без труда поставил его вертикально. Приглашенные начали возмущаться: якобы, любой мог сделать то же самое. На это Колумб ответил: многие задачи оказываются простыми, когда узнаешь их решение. Эта история стала настолько популярной, что в мире даже появилось несколько памятников «колумбову яйцу». Кроме того, существуют другие «колумбовы яйца» — фигуры овальной формы, способные стоять на вертикальной поверхности. Их придумал датчанин Пит Хейн, создатель таких известных игр, как «Гекс» и «Кубики Сома». Его «суперяйца» — материализация уравнений, похожих на уравнения эллипсоида вращения. Но «суперяйцо», в отличие от «колумбова яйца», принимает вертикальное положение без использования уловок, а лишь потому, что кривизна его поверхности на вершинах равна нулю.

Конструкция овала

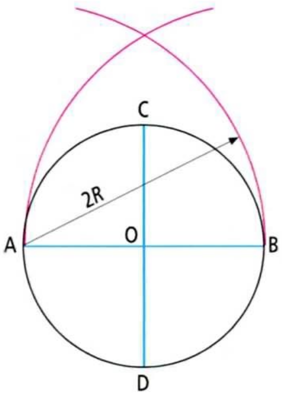
Девять деталей головоломки геометрически точно соотносятся между собой, поскольку они являются частью одного овала. Посмотрим, из каких геометрических фигур состоит овал и в какой последовательности появляются различные детали в процессе его образования. Наглядно продемонстрируем это.



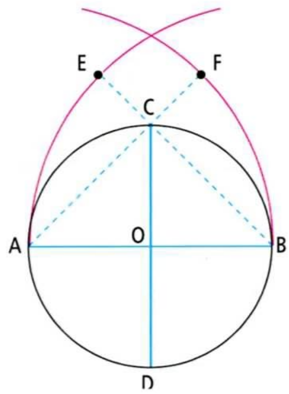
1. Чертим окружность с центром в точке *O* и радиусом *R*. Любой диаметр по горизонтали ограничен точками *A* и *B*.



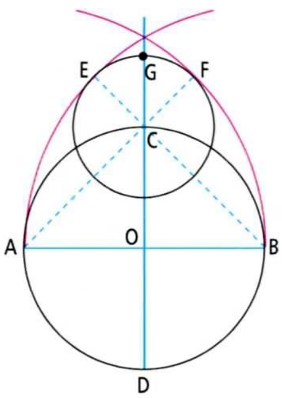
2. Проводим перпендикулярный диаметру *AB* диаметр с точками *C* и *D*.



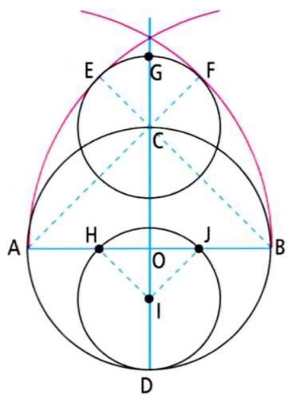
3. От точек *A* и *B* проводим дуги окружности радиусом 2*R*.



4. Прямая, соединяющая точки *A* и *C*, пересекает дугу окружности в точке *F*. Аналогично, та, что проходит через *B* и *C*, пересекает дугу в точке *E*.

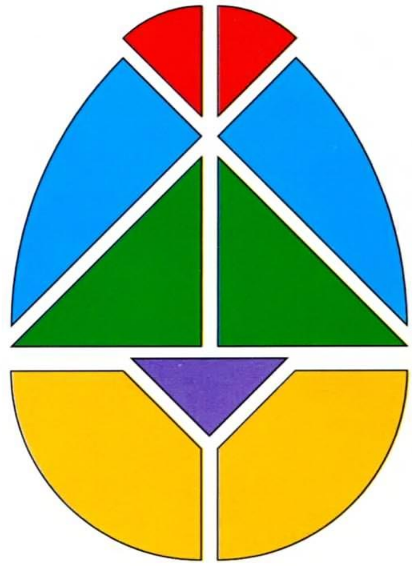


5. Чертим окружность, центр которой находится в точке *C* и проходит через точки *E* и *F*. Так образуется точка *G*.

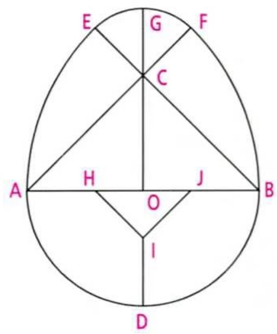


6. Чертим окружность, проходящую через точку *D* и имеющую такой же радиус, как и предыдущая. Окружность имеет центр в точке *I* и пересекает отрезок *AB* в точках *H* и *J*.

Благодаря такому методу образования частей овала появляются следующие геометрические соотношения:



- Два изогнутых равнобедренных треугольника;
- Два изогнутых прямоугольных треугольника;
- Два больших прямоугольных треугольника;
- Маленький прямоугольный треугольник;
- Две изогнутые трапеции.



AB = AF = BE

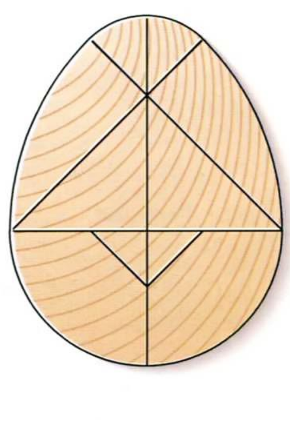
CF = AB – AC

CF = CE = CG = AH = = HI = ID = IJ = JB

HJ + AH = AC = CB

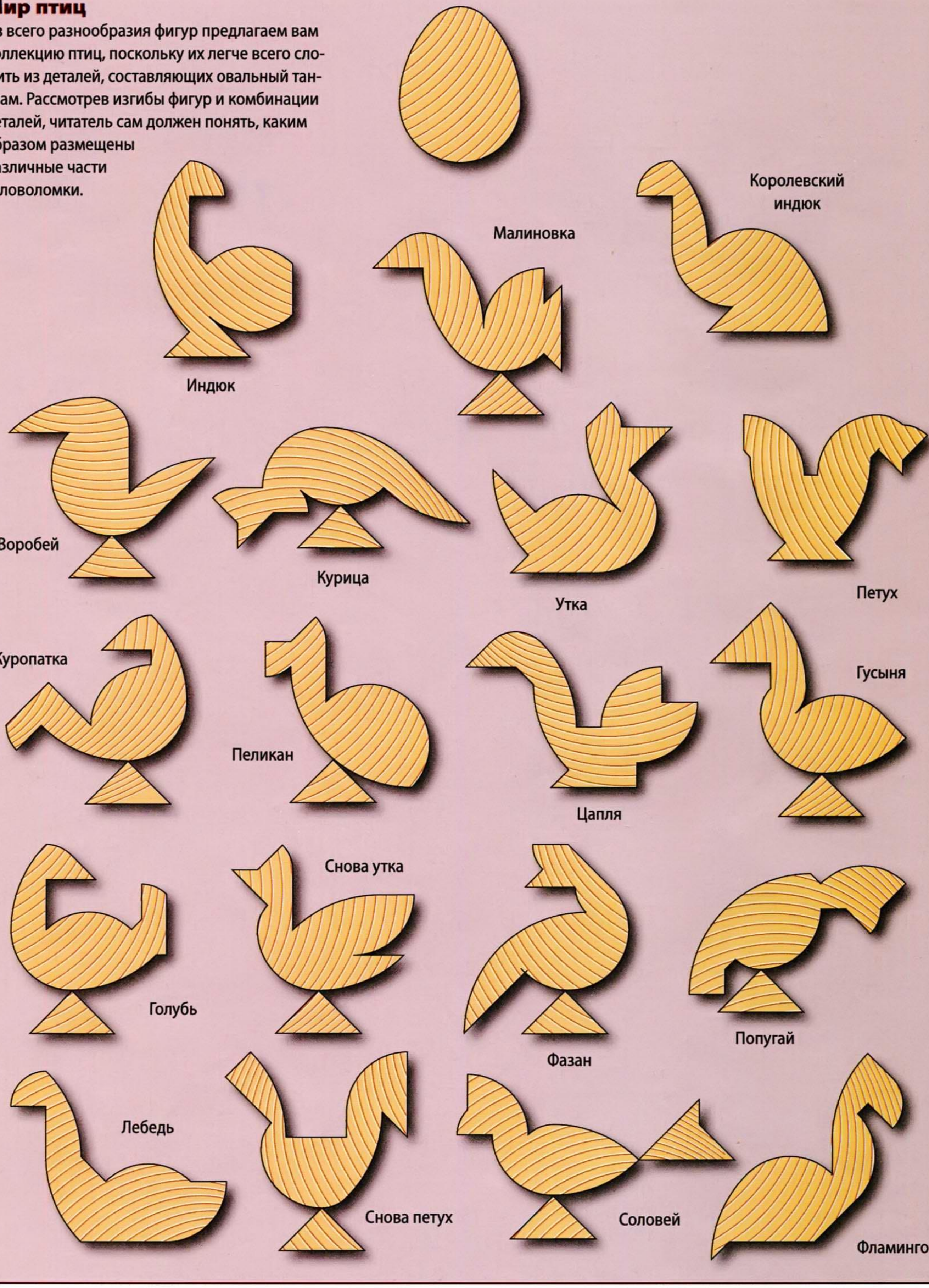
HJ + JB = BC = CA

Существует разновидность «Колумбова яйца», где маленький прямоугольный треугольник разделен на две части. Естественно, при увеличении количества деталей головоломки расширяется диапазон возможных фигур.



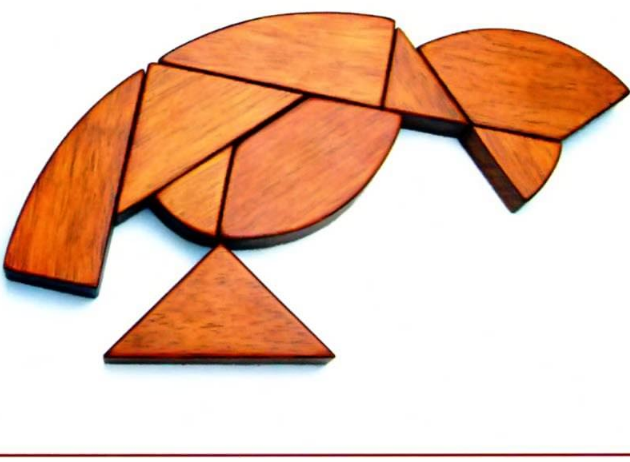
Мир птиц

Из всего разнообразия фигур предлагаем вам коллекцию птиц, поскольку их легче всего сложить из деталей, составляющих овальный танграм. Рассмотрев изгибы фигур и комбинации деталей, читатель сам должен понять, каким образом размещены различные части головоломки.



Некоторые решения

Мы приводим лишь небольшое количество решений, чтобы читатель познакомился с деталями головоломки. Затем вы сможете самостоятельно создавать фигуры, дав волю своему воображению.




18 17 3
11 8 7 19
9 6 5 4 16
14 1 2 12
15 10
13

DeAGOSTINI ПРЕДСТАВЛЯЕТ

Пропустили выпуск любимой коллекции?

Просто закажите его на сайте www.deagostini.ru

Для украинских читателей — по телефону горячей линии 0-800-500-8-40

В следующем выпуске через 2 недели

Магический куб

Аналитическая геометрия

От кривых к уравнениям

Превосходство разума

Рене Декарт

Теория катастроф

Капля, переполняющая стакан

Льюис Кэрролл

Запутанный рассказ

Спрашивайте в киосках!